



دفترچه سؤالات به همراه پاسفنامه تشریحی مرحله دوم هشتمین دوره المپیاد فیزیک سال ۱۳۹۳

مدت آزمون (دقیقه)	تعداد سؤالات	
	مساله‌های تشریحی	سؤالات چند گزینه‌ای
۲۱۰	۸	-

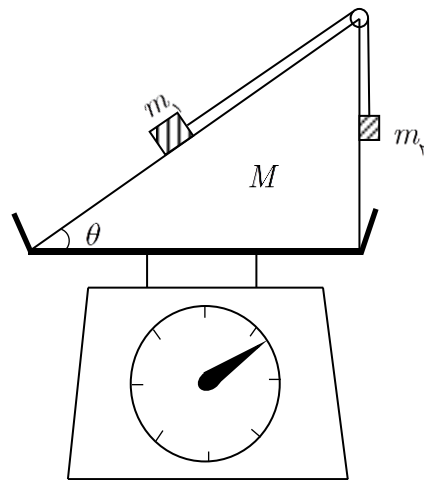
استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

توضیحات مهم

تذکرات آزمون:

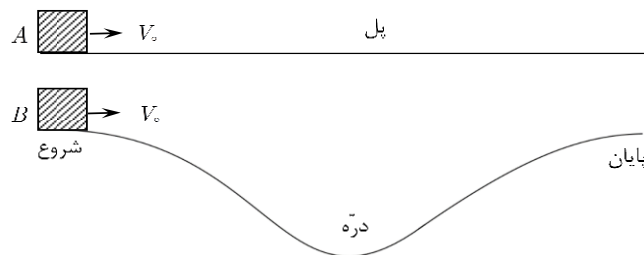
- ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:
- این آزمون شامل ۸ سوال تشریحی و وقت آن ۲۱۰ دقیقه است.
- نمره‌ی هر سوال در ابتدای آن نوشته شده است.
- استفاده از ماشین حساب در این آزمون مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز نیست.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- جمع‌آوری و آماده‌سازی دفترچه‌ی سؤالات این آزمون توسط کمیته‌ی علمی ماخ انجام شده است.

۱- مطابق شکل (۸-۱۸) جرم m_1 که روی سطح شیب‌داری به زاویه θ و جرم M قرار دارد، توسط یک نخ، به جرم m_2 وصل شده است. دستگاه را روی نیروسنجی قرار داده و از حالت سکون رها می‌کنیم. نیروسنج چه مقداری را نشان می‌دهد. از جرم نخ، و اصطکاک بین اجزای دستگاه صرف‌نظر کنید.



شکل (۸-۱۸)

۲- دو جسم A و B مطابق شکل (۸-۱۹) در کنار یکدیگر از یک نقطه با سرعت اولیه V_0 به طرف دره‌ای راه می‌افتند. پس از طی مسافتی، جسم A همان مسیر افقی را از طریق پل ادامه می‌دهد و از روی دره عبور می‌کند. ولی جسم B مسیر دره را می‌پیماید.



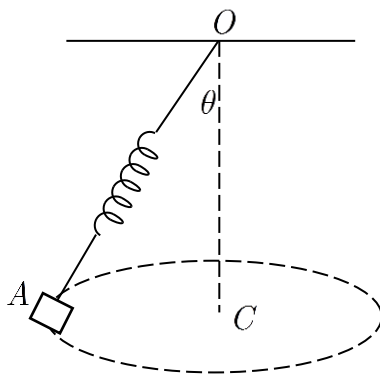
شکل (۸-۱۹)

فرض می‌کنیم که دره هموار است و جسم B هیچگاه از مسیر جدا نمی‌شود. همچنین فرض می‌کنیم که تمام طول هر دو مسیر بدون اصطکاک است و هیچکدام از دو مسیر به چپ و راست نمی‌پیچد.

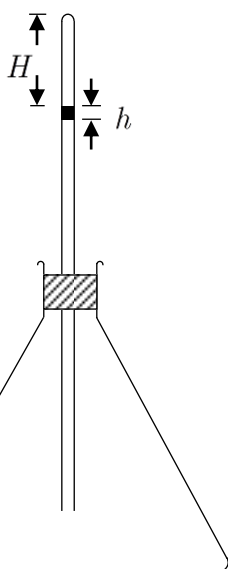
- الف) به طور کیفی نمودار مؤلفه افقی نیروی سطح وارد بر دو جسم A و B را برحسب زمان رسم کنید.
- ب) به طور کیفی نمودار مؤلفه افقی سرعت برحسب زمان را برای دو جسم A و B رسم کنید.
- ج) به طور کیفی نمودار افقی فاصله جسم از نقطه شروع حرکت برحسب زمان را برای دو جسم A و B رسم کنید.
- د) با استفاده از نتایج بالا شرح دهید که کدامیک از دو جسم A و B زودتر به نقطه پایانی می‌رسند.

۳- جسمی به جرم $m = 2 \text{ kg}$ را مطابق شکل (۸-۲۰) به انتهای فنری با طول عادی $\ell_0 = 3 \text{ m}$ و ثابت $k = 250 \text{ N/m}$ بسته و سر دیگر فنر را به نقطه ثابت O بسته‌ایم. جسم را روی یک دایره افقی به طور یکنواخت به گردش در می‌آوریم و در نتیجه فنر سطح یک مخروط را جاروب می‌کند. اگر زاویه فنر با خط قائم $\theta = 37^\circ$ باشد، دوره گردش جسم را به دست آورید.

$$(\sin 37^\circ = 0.6)$$



شکل (۸-۲۰)



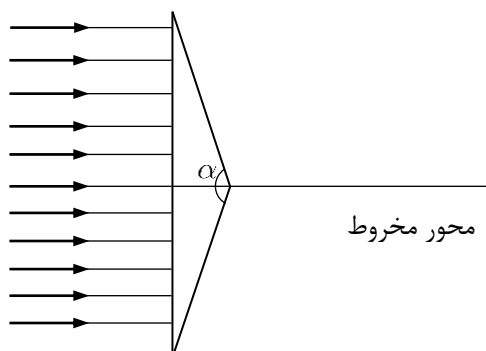
شکل (۸-۲۱)

۴- دانش آموزان المپیاد فیزیک در سال ۷۴-۷۳، دماسنج گازی زیر را در آزمایشگاه المپیاد ساخته‌اند. ساختمان این دماسنج به شرح زیر است:

یک لوله شیشه‌ای خیلی نازک مطابق شکل (۸-۲۱) به کمک یک چوب پنبه به یک ظرف بزرگ پر از هوا وصل شده است. دیواره‌های ظرف از هدایت گرمایی خوبی برخوردار است. انتهای لوله شیشه‌ای بسته شده است. داخل لوله شیشه‌ای ستونی از جیوه به ارتفاع h قرار دارد. هنگامی که دمای هوای داخل ظرف T_0 است، ارتفاع ستون هوای محبوس در انتهای لوله نازک برابر H است. دمای هوای داخل ظرف به اندازه ΔT تغییر می‌کند. این تغییر دما را برحسب تغییر ارتفاع ستون هوای محبوس یعنی ΔH ، فشار اولیه هوای داخل ظرف، دمای اولیه و فشار ناشی از ارتفاع ستون جیوه محاسبه کنید؟ تغییر حجم هوای داخل ظرف نسبت به حجم آن کوچک است و انتقال گرما از ظرف به هوای حبس شده در قسمت بالای لوله ناچیز است؟

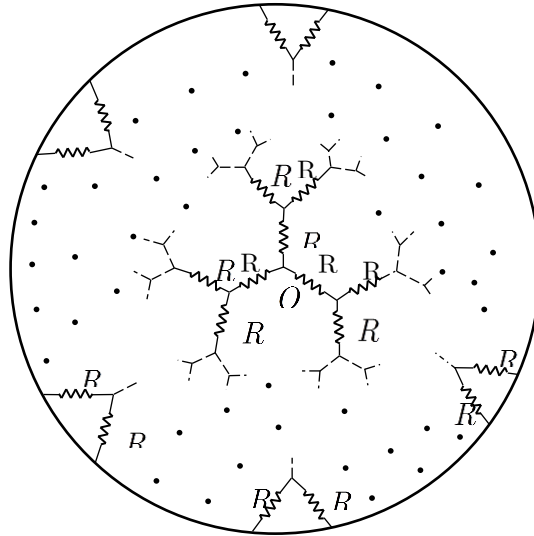
۵- مخروط شفافی با زاویه رأس خیلی بزرگ مطابق شکل (۸-۲۲) را در نظر بگیرید. برای این مخروط ضریب شکست برحسب فاصله از محور مخروط تغییر می‌کند. وقتی یک دسته نور موازی با محور یک مخروط شفاف، به قاعده آن می‌تابد، مشاهده می‌شود که همه نورها پس از خروج از مخروط در یک نقطه روی محور مخروط کانونی می‌شوند.

اگر فاصله نقطه کانونی از قاعده مخروط برابر f باشد، ضریب شکست را به صورت تابعی از فاصله نقاط از محور مخروط به دست آورید. زاویه رأس مخروط (α) نزدیک به 180° درجه است.



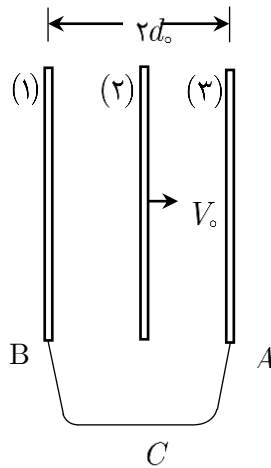
شکل (۸-۲۲)

۶- به نقطه O از مرکز یک کره فلزی بزرگ مطابق شکل (۸-۲۳) سه مقاومت مشابه R متصل شده‌اند. به انتهای هر یک از سه مقاومت، دو مقاومت R متصل کرده و به انتهای هر یک از آنها، دو مقاومت دیگر R بسته و این عمل را تا سطح کره ادامه می‌دهیم. اگر تعداد مقاومت‌ها از مرکز تا سطح کره روی هر شاخه بسیار زیاد باشد، مقاومت معادل بین مرکز و سطح کره را حساب کنید.



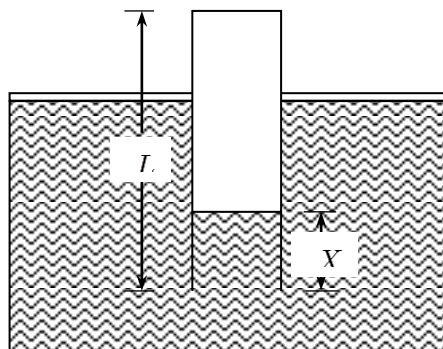
شکل (۸-۲۳)

۷- سه صفحه رسانای کاملاً یکسان ۱ و ۲ و ۳ هر کدام به مساحت A به موازات یکدیگر هستند. در زمان $t=0$ صفحه ۲ درست در وسط دو صفحه ۱ و ۳ است. فاصله دو صفحه ۱ و ۳ برابر $2d_0$ و همواره ثابت باقی می‌ماند. این دو صفحه مطابق شکل (۸-۲۴)، توسط سیم ACB به یکدیگر متصل هستند. دو صفحه ۱ و ۲ را به یک باتری به نیروی محرکه E متصل کرده و سپس از باتری قطع می‌کنیم. اگر صفحه ۲ با سرعت ثابت و آهسته V_0 به سمت راست حرکت کند، شدت جریانی که از سیم ACB در حین حرکت صفحه ۲ می‌گذرد را محاسبه کنید.



شکل (۸-۲۴)

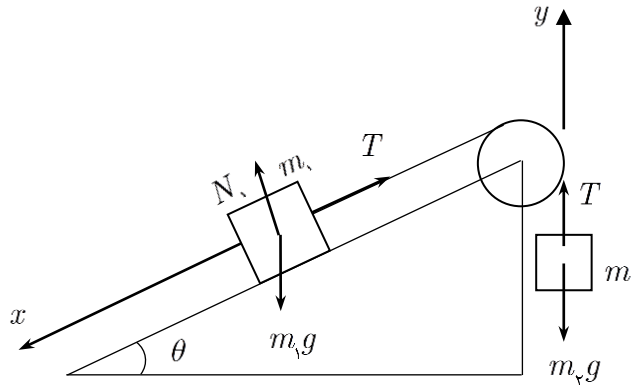
۸- یک لوله آزمایش استوانه‌ای شکل به طول L ، سطح مقطع A و جرم M را به آرامی از سر باز آن در داخل ظرفی محتوی مایعی به چگالی ρ قرار می‌دهیم. لوله آزمایش مطابق شکل (۸-۲۵) به حالت قائم می‌ماند. در صورتی که فشار هوا در سطح آزاد آب P_0 باشد، آب در لوله آزمایش چه مقدار بالا می‌آید ($x=?$). از ضخامت جداره لوله صرف‌نظر کنید. هوا را گاز ایده‌آل فرض کنید.



شکل (۸-۲۵)

«پاسخنامه‌ی تشریحی»

۱- در شکل (۷۲-۸) نیروهای وارد بر دو جرم m_1 و m_2 نشان داده شده است. نیروهای T که به دو جرم وارد شده است نیروی کشش نخ است و چون نخ بدون جرم است و نیز نخ با قرقره اصطکاک ندارد، مساوی گرفته شده است، محور y را در راستای قائم فرض می‌کنیم و برای حرکت جرم m_2 که نیروهای وارد بر آن در راستای این محور است، داریم:



شکل (۷۲-۸)

$$T - m_2 g = m_2 a_2 \quad (۲۰-۸)$$

محور x را نیز به موازات سطح شیبدار که حرکت جرم m_1 را در راستای آن است می‌گیریم و برای حرکت آن داریم:

$$m_1 g \sin \theta - T = m_1 a_1 \quad (۲۱-۸)$$

در رابطه (۲۰-۸) شتاب جرم m_2 در راستای محور y و به طرف بالاست. در رابطه (۲۱-۸) شتاب جرم m_1 و به طرف پایین سطح شیبدار است، زیرا در هر دو رابطه نیروها را با توجه به جهت مثبت انتخاب شده برای محور نوشته‌ایم. آشکار است که به هر اندازه که جرم m_2 بالا رود، جرم m_1 به همان اندازه پایین می‌آید زیرا طول نخ ثابت فرض شده است، پس داریم:

$$a_1 = a_2 \quad (۲۲-۸)$$

از سه رابطه بالا داریم:

$$a = \frac{m_1 \sin \theta - m_2}{m_1 + m_2} g \quad (۲۳-۸)$$

$$T = \frac{m_1 m_2 (1 + \sin \theta)}{m_1 + m_2} g \quad (۲۴-۸)$$

چون جرم m_1 در راستای عمود بر سطح شیبدار حرکتی ندارد، باید نیروهای وارد بر آن در این راستا صفر باشد. با توجه به شکل (۷۲-۸) داریم:

$$N_1 - m_1 g \cos \theta = 0 \quad (۲۵-۸)$$

در شکل (۷۳-۸) نیروهای وارد بر سطح شیبدار و قرقره و نخ روی آن نشان داده شده است. در این شکل Mg نیروی وزن سطح شیبدار و N_2 نیرویی است که کفه نیروسنج بر آن وارد می‌کند. چون اصطکاک بین اجزای دستگاه صفر فرض شده است، این دو نیرو عمود بر سطح کفه در نظر گرفته شده است. دو نیروی T' واکنش دو نیروی T است که از طرف دو جرم m_1 و m_2 بر نخ وارد می‌شود و N_1' نیز واکنش نیروی N_1 است که از طرف جرم m_1 بر سطح شیبدار وارد می‌شود.

سطح شیبدار حرکتی ندارد، یعنی شتابش صفر است. چون نخ با قرقره اصطکاک ندارد، قرقره نیز نمی‌گردد، بنابراین شتاب قرقره نیز صفر است و علاوه بر آن جرم نخ نیز صفر است. به این ترتیب باید برآیند نیروهای وارد بر مجموعه سطح شیبدار صفر باشد. اگر این برآیند را در

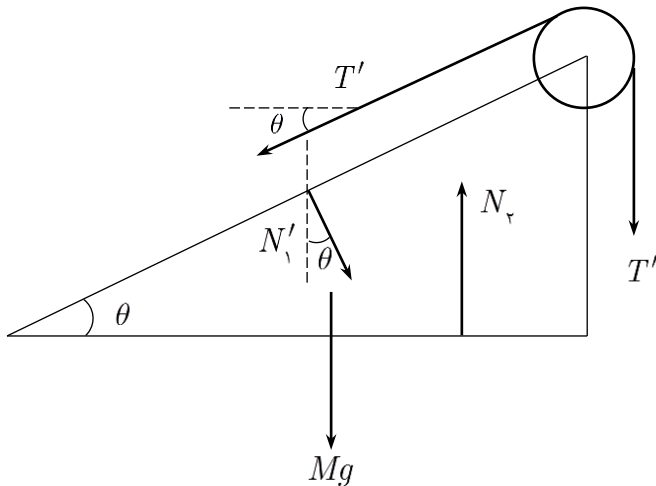
راستای قائم به دست آوریم، داریم:

$$N_p - Mg - N'_1 \cos \theta - T' - T' \sin \theta = 0$$

$$N_p = Mg + N'_1 \cos \theta + T'(1 + \sin \theta) \quad (26-8)$$

چون T' و N'_1 به ترتیب با T و N_1 مساوی هستند، می‌توان مقدار آنها را از رابطه‌های (۲۴-۸) و (۲۵-۸) در رابطه بالا قرار داد. داریم:

$$N_p = Mg + m_1 g \cos^2 \theta + \frac{m_1 m_p (1 + \sin \theta)^2}{m_1 + m_p} g \quad (27-8)$$

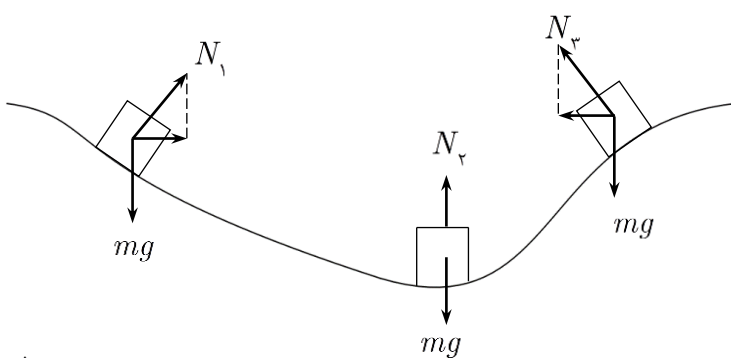


شکل (۷۳-۸)

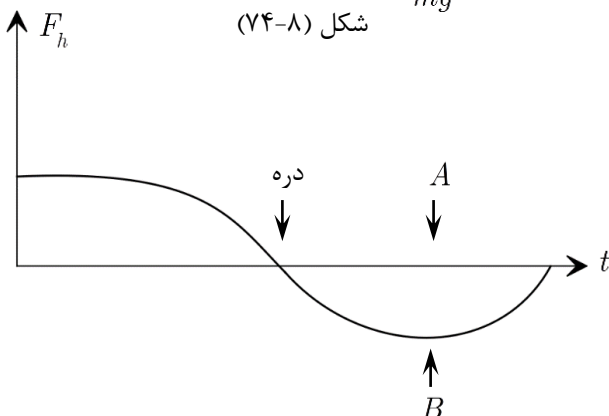
واکنش N_p ، نیرویی است که سطح شیب‌دار بر کفه نیروسنج وارد می‌کند و نیروسنج عددی برابر این نیرو را نشان می‌دهد. چون واکنش نیروی N_p با خود آن هم اندازه است، پس نیروسنج عددی را که از رابطه (۲۷-۸) به دست می‌آید، نشان می‌دهد.

از رابطه (۲۳-۸) پیداست که اگر $m_1 \sin \theta > m_p$ باشد، شتاب حرکت مثبت است، یعنی همان‌طور که ما فرض کرده‌ایم، جرم m_p بالا رفته و جرم m_1 روی سطح شیب‌دار پایین می‌آید. در حالی که اگر $m_1 \sin \theta < m_p$ باشد شتاب حرکت منفی است و برخلاف آنچه فرض کرده‌ایم، جرم m_p پایین آمده و جرم m_1 روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود. در این حال اندازه شتاب همان است که از رابطه یاد شده به دست می‌آید. توجه شود که مثبت یا منفی بودن شتاب تغییری در نیروی N_p و در نتیجه عددی که نیروسنج نشان می‌دهد ندارد. این به آن دلیل است که در نیروی N_p غیر از نیروهای مشخص دیگر تنها نیروی T دخالت دارد و این نیرو نیز به کوچک و بزرگ بودن m_1 و m_p نسبت به یکدیگر بستگی ندارند.

۲- الف) بر هر کدام از دو جسم A و B دو نیرو، یکی از طرف کره زمین، وزن و دیگری نیرویی از طرف سطح تکیه‌گاه وارد می‌شود. چون



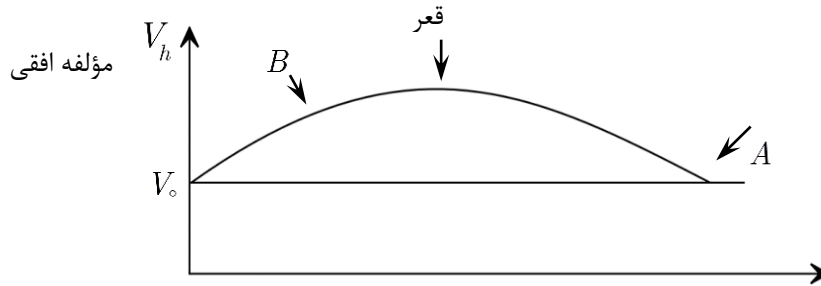
شکل (۷۴-۸)



نیروی وزن در هر دو مورد قائم است، بنابراین نیروی وزن، مؤلفه‌ای در راستای افقی ندارد. علاوه بر آن چون میان هر دو جسم با سطح، اصطکاک وجود ندارد، نیرویی که سطح بر هر یک از دو جسم وارد می‌کند، بر سطح تکیه‌گاه عمود است (اگر نیروی سطح بر سطح عمود نباشد، مؤلفه‌ای مماس بر سطح دارد که همان نیروی اصطکاک است) بنابراین نیروی افقی وارد بر جسم A همواره صفر است، اما در مورد جسم B این‌طور نیست. در شکل (۷۴-۸) جسم B در سه موقعیت از مسیر خود نشان داده شده است. اگر جهت مثبت محور افقی را به راست بگیریم، همان‌طور که از شکل پیداست نیروی افقی وارد بر جسم B در ابتدای مسیر تا دره مثبت، در قعر دره صفر و از قعر دره تا پایان مسیر منفی است. بنابراین نمودار مؤلفه افقی نیروی وارد بر جسم به ترتیبی است که در شکل (۷۵-۸) نشان داده شده است.

ب) چون در تمام طول مسیر هیچ نیروی افقی بر جسم A

وارد نمی‌شود. حرکت آن یکنواخت بوده و مؤلفه افقی سرعت، جسم A در تمام طول مسیر ثابت و برابر V_0 خواهد بود. با توجه به شکل (۷۴-۸)، در تمام مدتی که جسم B به طرف قعر دره می‌رود، نیروی افقی در همان جهت سرعت به آن وارد می‌شود. این نیروی افقی، شتابی افقی به جسم B می‌دهد که بر سرعت آن می‌افزاید. بنابراین در فاصله ابتدای دره تا قعر آن دائماً بر سرعت افقی جسم B افزوده می‌شود. هنگامی که جسم B از قعر دره به بالا می‌رود، نیروی افقی منفی که در خلاف جهت مؤلفه افقی سرعت آن است بر جسم B وارد می‌شود. این نیرو شتابی به جسم B می‌دهد که دائماً اندازه مؤلفه افقی سرعت آن را کم می‌کند. بنابراین مؤلفه افقی سرعت دو جسم A و B بر حسب زمان، مشابه شکل (۷۴-۸) خواهد بود.



شکل (۷۴-۸)

چون جسم A تمام مسیر را با سرعت یکنواخت V_0 می‌پیماید، فاصله افقی آن از نقطه شروع حرکت به طور خطی با زمان تغییر می‌کند.

ولی جسم B در نیمه اول مسیر دائماً بر مؤلفه افقی سرعتش اضافه می‌شود و بنابراین در یک فاصله زمانی مساوی فاصله افقی بیشتری را

می‌پیماید و به علت زیاد شدن مؤلفه افقی سرعت،

در فاصله‌های زمانی مساوی بعدی، باز هم فاصله

افقی بیشتری می‌پیماید. در نیمه دوم مسیر، باز

هم مؤلفه افقی سرعت جسم B از سرعت جسم A

بیشتر است ولی چون مرتب از این مؤلفه سرعت

کم می‌شود، با گذشت زمان در یک فاصله زمانی

معین فاصله‌های افقی کمتری را می‌پیماید.

بنابراین نمودار فاصله افقی دو جسم از نقطه شروع

حرکت نسبت به زمان، مشابه شکل (۷۷-۸) خواهد

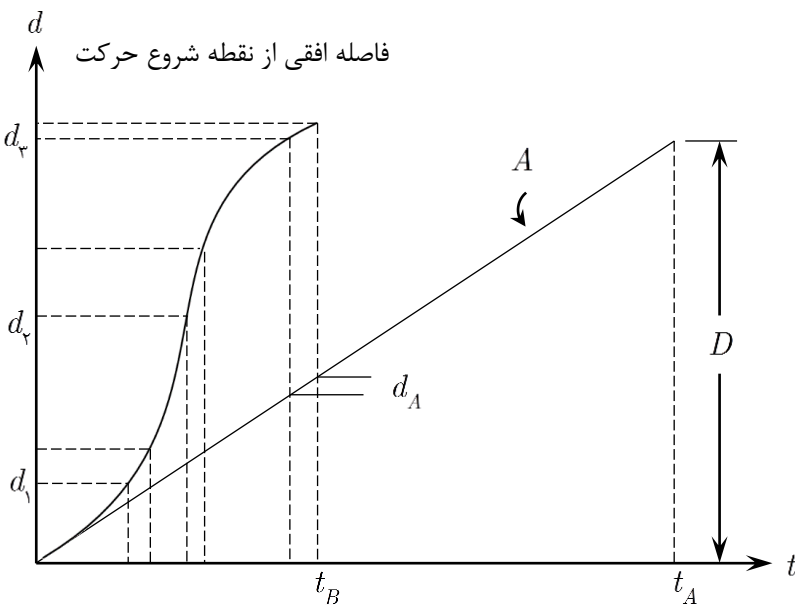
بود. فاصله افقی که جسم B در سه زمان کوتاه

مساوی می‌پیماید در شکل با d_1 ، d_2 ، d_3 نشان

داده شده است. در همین مدت زمان کوتاه جسم

A ، فاصله افقی d_A را پیموده است. در ابتدا که

مؤلفه افقی سرعت جسم B چندان زیاد نشده



شکل (۷۷-۸)

است، d_1 با d_A چندان تفاوت ندارد ولی با گذشت زمان که مؤلفه افقی سرعت جسم B زیادتر می‌شود، فاصله افقی d_2 که در همان مدت

زمان طی می‌شود، بیشتر شده است. در پایان مسیر که دوباره مؤلفه افقی سرعت جسم B کم می‌شود، فاصله افقی d_3 که آن هم در همان

مدت زمان طی شده کمتر شده است.

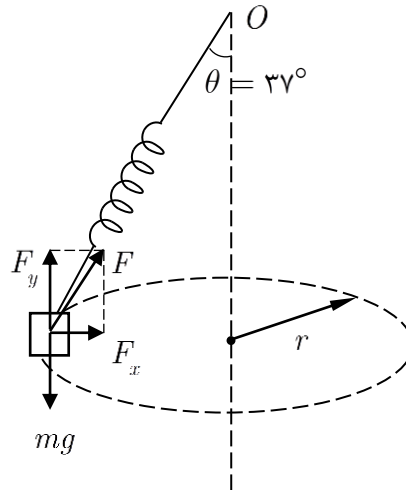
آشکار است که جسم B و جسم A هر دو فاصله افقی یکسانی را تا رسیدن به پایان مسیر می‌پیمایند. ولی چون سرعت افقی جسم B در

تمام مسیر از سرعت افقی جسم A بیشتر است، جسم B زودتر به پایان مسیر می‌رسد. از شکل (۷۷-۸) نیز همین بر می‌آید زیرا یک فاصله

افقی معین مثلاً D ، توسط جسم A در مدت t_A و توسط جسم B در مدت t_B کوچکتر از t_A است، پیموده شده است.

۳- در شکل (۷۸-۸) نیروهای وارد بر جسم m نشان داده شده است. نیروی mg از طرف کره زمین و نیروی F از طرف فنر بر جسم وارد شده است. نیروی کشسانی F را روی دو محور قائم و محور افقی تصویر می‌کنیم. داریم:

$$F_y = F \cos \theta \quad F_x = F \sin \theta$$



شکل (۷۸-۸)

چون جسم روی یک دایره می‌گردد و حرکتش دایره‌ای یکنواخت است، شتاب آن، شعاعی و به طرف مرکز دایره است. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم باید در راستای شعاع و به طرف مرکز دایره باشد. از طرفی در راستای قائم شتاب صفر است و باید برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم صفر باشد. داریم:

$$F \times 0.6 / 0.8 = mg = 2 \times 10 \Rightarrow F = 25N$$

این نیرو سبب افزایش طول فنر می‌شود. با استفاده از قانون هوک داریم:

$$F = k\Delta\ell \rightarrow \Delta\ell = \frac{25}{250} = 0.1m$$

چون طول اولیه فنر $\ell_0 = 0.3m$ بوده است، هنگامی که فنر کش می‌آید، طول آن چنین خواهد بود:

$$\ell = \ell_0 + \Delta\ell = 0.3 + 0.1 = 0.4m$$

از شکل (۷۸-۸) پیداست که نیروی F_x در راستای شعاع دایره‌ای است که جسم روی آن می‌گردد و این نیرو شتاب شعاعی را به وجود می‌آورد. داریم:

$$F \sin \theta = mr\omega^2 = m(\ell \sin \theta)\omega^2$$

$$25 \times 0.6 / 0.8 = 2 \times (0.4 \times 0.6) \omega^2$$

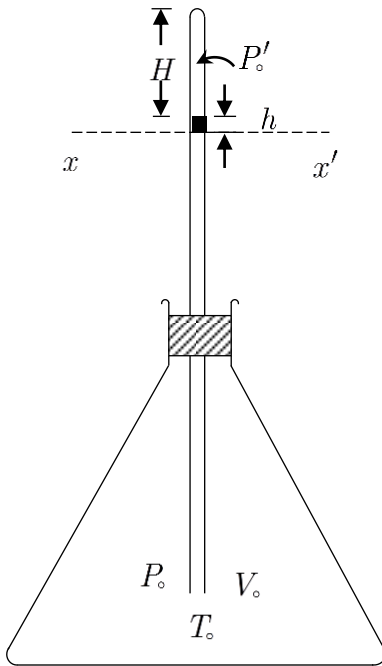
$$\omega^2 = \frac{25}{0.4} = 31.25$$

$$w = \sqrt{31.25} = 5.6 \text{ Rad / s}$$

با داشتن ω ، می‌توان دوره حرکت جسم روی دایره را از رابطه زیر به دست آورد.

$$T \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3.14}{5.6} = 1.12s$$

۴- دما سنج مورد نظر در شکل (۷۹-۸) نشان داده شده است. حجم و فشار گاز درون ظرف را در دمای T_0 ، با V_0 و P_0 نشان می‌دهیم. فشار هوای بالای ستون جیوه را نیز P'_0 می‌گیریم. اگر دمای هوای درون ظرف به اندازه ΔT تغییر کرده باشد، برای فشار و حجم جدید آن با استفاده از رابطه گاز کامل داریم.



شکل (۷۹-۸)

$$\frac{P'V_0}{T_0} = \frac{PV}{T_0 + \Delta T} \quad (28-8)$$

در رابطه بالا P و V به ترتیب فشار و حجم گاز درون ظرف پس از تغییر دما است. چون تغییر حجم هوای درون ظرف نسبت به حجم آن کوچک فرض شده است، می توان با تقریب خوبی V را با V_0 برابر گرفت. بنابراین از رابطه (۲۸-۸) داریم:

$$P = P_0 \frac{T_0 + \Delta T}{T_0} \quad (29-8)$$

از رابطه (۲۹-۸) می توان تغییر فشار هوای درون ظرف را به دست آورد.

$$\Delta P = P - P_0 = P_0 \left(\frac{T_0 + \Delta T}{T_0} - 1 \right) = P_0 \frac{\Delta T}{T_0} \quad (30-8)$$

تغییر حجم هوای درون ظرف سبب تغییر حجم هوای بالای ستون جیوه خواهد شد. چون انتقال گرما از هوای درون ظرف به هوای بالای ستون جیوه ناچیز فرض شده است، دمای هوای بالای ستون جیوه ثابت در نظر گرفته می شود و داریم:

$$p'_0 \times HS = P'(H + \Delta H)S \quad P' = P'_0 \frac{H}{H + \Delta H} \quad (31-8)$$

در رابطه (۳۱-۸) ΔH تغییر ارتفاع هوای بالای ستون جیوه و S سطح مقطع لوله است. تغییر فشار هوای بالای ستون جیوه چنین است:

$$\Delta P = P' - P'_0 = P'_0 \left(\frac{H}{H + \Delta H} - 1 \right) = P'_0 \frac{-\Delta H}{H + \Delta H} \quad (32-8)$$

با استفاده از شکل (۷۹-۸) می توان دریافت که در هر دمایی فشار هوای درون ظرف بر سطح پایین ستون جیوه باید با مجموع فشار هوای بالای ستون جیوه و نیز فشاری که خود ستون جیوه ایجاد می کند، برابر باشد. در دمای T_0 داریم:

$$P_0 = P'_0 + \rho gh \quad (33-8)$$

پس از تغییر دما نیز باید مشابه رابطه بالا برقرار باشد و داریم:

$$P = P' + \rho gh \quad (34-8)$$

اگر طرفی رابطه های (۳۳-۸) و (۳۴-۸) را از هم کم کنیم، نتیجه زیر به دست می آید.

$$P - P_0 = P' - P'_0 \rightarrow \Delta P = \Delta P' \quad (35-8)$$

رابطه (۳۵-۸) را به روش دیگری نیز می توان به دست آورد. چون ستون جیوه همواره در حالت تعادل است، تغییر فشار در یک طرف، ستون جیوه را به طرفی خواهد راند تا مجدداً به حالت تعادل برسد. در این حالت هر تغییری که در فشار یک طرف ایجاد شده باشد، مثلاً مقداری بر فشار افزوده شده باشد، باید همان تغییر فشار در طرف دیگر نیز به وجود آمده باشد، یعنی فشار طرف دیگر نیز به همان اندازه افزوده شده باشد.

اکنون با استفاده از رابطه های (۳۰-۸)، (۳۲-۸) و با توجه به رابطه (۳۵-۸) داریم:

$$P'_0 \frac{-\Delta H}{H + \Delta H} = P_0 \frac{\Delta T}{T_0}$$

$$-P'_0 T_0 \Delta H = HP_0 \Delta T + P_0 \Delta H \Delta T$$

$$\Delta H (P'_0 T_0 + P_0 \Delta T) = -HP_0 \Delta T \quad (36-8)$$

چون تغییر حجم هوای درون ظرف نسبت به حجم آن کوچک است، از رابطه (۲۸-۸) پیداست که $\Delta T \ll T_0$ است. در رابطه (۳۶-۸) P_0 و P'_0 در حدود یکدیگرند، زیرا با توجه به رابطه (۳۳-۸) تفاوت آنها ρgh است و h نیز بسیار کوچک است. بنابراین می توان از

$P_0 \Delta T$ در برابر $P'_0 T_0$ چشم پوشید، لذا داریم:

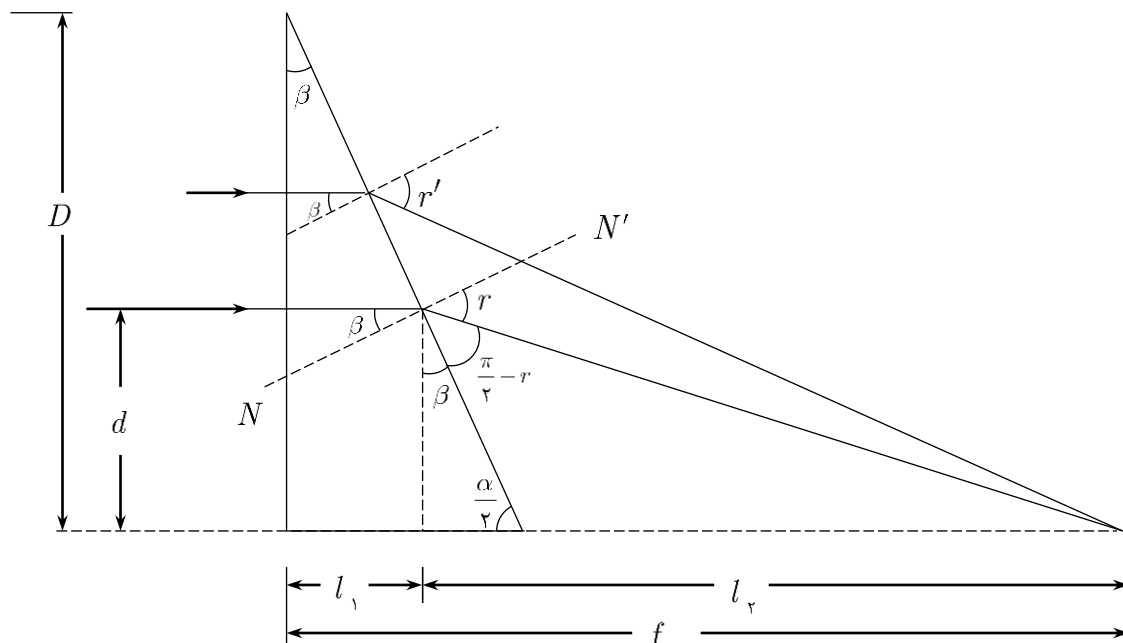
$$\Delta T = -\frac{P'_0 T_0}{HP_0} \Delta H \quad (37-8)$$

اگر در رابطه بالا، به جای P'_0 مقدار آن را از رابطه (۳۳-۸) قرار دهیم، داریم:

$$\Delta T = -\frac{(P_0 - \rho gh) T_0}{HP_0} \Delta H \quad (38-8)$$

رابطه (۳۸-۸)، رابطه مورد نظر است که تغییرات دما را برحسب تغییرات ارتفاع هوای بالای ستون جیوه به دست می‌دهد. توجه کنید که تغییرات دما و ارتفاع هوا، در دو جهت مخالف هم هستند زیرا، آشکار است که اگر دمای هوای درون ظرف بالا برود ($\Delta T > 0$)، افزایش فشار آن سبب بالا رفتن ستون جیوه می‌شود و در نتیجه ارتفاع هوای بالای ستون جیوه کم می‌شود، یعنی $\Delta H < 0$ ، خواهد بود.

پرتو نوری را در نظر می‌گیریم که به فاصله d از محور مخروط به قاعده آن می‌تابد. این پرتو روی صفحه‌ای است که از محور مخروط می‌گذرد و در شکل (۸-۸۰) نشان داده شده است. تمام پرتوهایی که به همین فاصله از محور مخروط به قاعده آن می‌تابد (محل تابش آنها دایره‌ای به شعاع d روی قاعده مخروط است) مسیری مشابه این پرتو در مخروط طی خواهد کرد.



شکل (۸۰-۸)

چون این پرتو عمود بر قاعده مخروط به آن می‌تابد، بدون شکست وارد مخروط می‌شود. خط NN' را بر سطح مخروط عمود کرده‌ایم و پرتو نوری که وارد مخروط شده است با این خط زاویه β می‌سازد، زیرا دو ضلع این زاویه بر اضلاع زاویه β عمود است. این پرتو با زاویه r از مخروط خارج می‌شود و در نقطه‌ای به فاصله f از قاعده مخروط محور مخروط را قطع می‌کند. با استفاده از قانون شکست نور داریم:

$$\sin r = n \sin \beta \quad (39-8)$$

پرتو نوری که به فاصله دیگری از مخروط به قاعده آن می‌تابد، با همان زاویه β به بدنه مخروط می‌خورد ولی چون این پرتو نیز در همان نقطه محور مخروط را قطع می‌کند، آشکار است که زاویه خروجی پرتو از مخروط تفاوت خواهد داشت و به جای r ، زاویه r' خواهد بود. بنابراین در رابطه (۳۸-۸) مقدار ثابتی نخواهد داشت و باید به نحوی باشد، تا همه پرتوها در یک نقطه محور مخروط را قطع کنند. با استفاده از شکل (۸۰-۸) داریم:

$$f = \ell_1 + \ell_2 \quad (40-8)$$

با استفاده از شکل داریم:

$$\ell_1 = (D - d) \tan \beta \quad (41-8)$$

$$v_r = dtg\left(\frac{\pi}{2} - r + \beta\right) = d \cot g(r - \beta) = \frac{d}{tg(r - \beta)} \quad (۴۲-۸)$$

چون زاویه رأس مخروط بسیار بزرگ و نزدیک ۱۸۰° است، پس β زاویه کوچکی است و می توان نوشت:

$$\sin \beta \approx tg \beta \approx \beta$$

چون ضریب شکست n نیز چندان بزرگ نیست و حدود ۲ است، پس زاویه شکست r نیز کوچک است و می توان نوشت:

$$\sin r \approx r$$

در نتیجه رابطه (۳۹-۸) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$r = n\beta \quad (۴۳-۸)$$

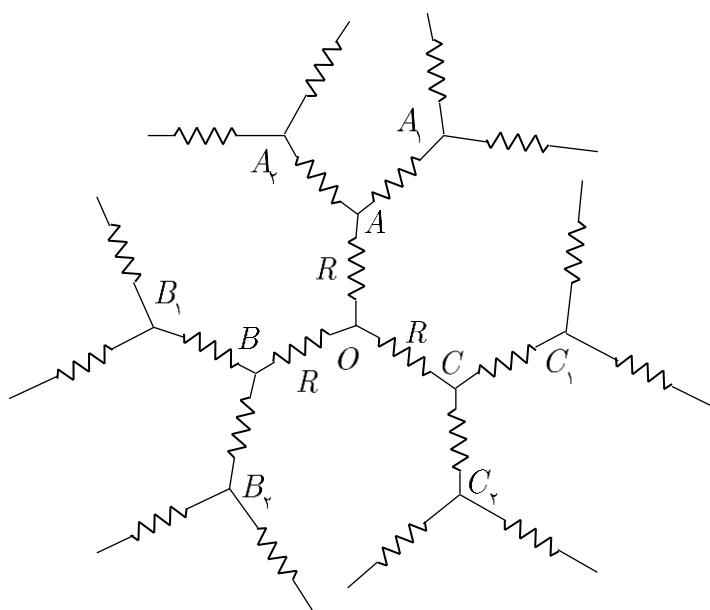
اکنون با استفاده از رابطه های (۴۰-۸) تا (۴۳-۸) داریم:

$$f = (D - d)\beta + d \frac{1}{(n - 1)\beta}$$

$$\frac{1}{(n - 1)} = \frac{\beta}{d} [f - (D - d)\beta]$$

$$n = \frac{d}{\beta f - (D - d)\beta} + 1 \quad (۴۴-۸)$$

در رابطه (۴۴-۸) کمیت های f ، β و D مقادیر ثابتی هستند و ضریب شکست n بر حسب d ، فاصله از محور مخروط نشان داده شده است.



شکل (۸۱-۸)

اگر این استدلال را ادامه دهیم، در می یابیم که هر پله ای که جلو برویم، به تعداد دو برابر پله برقی مقاومت های مشابه موازی خواهیم داشت. این مقاومت های موازی در شکل (۸۲-۸) نشان داده شده است و تعداد این پله ها بسیار زیاد است. اکنون می توان دریافت که مقاومت میان نقطه O و سطح کره، از تعدادی مقاومت سری تشکیل شده است. داریم:

$$R_t = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{12} + \dots = \frac{R}{3} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots\right) \quad (۴۵-۸)$$

در رابطه (۴۵-۸)، یک تصاعد هندسی با قدر نسبت $\frac{1}{2}$ وجود دارد. اگر تعداد جملات این تصاعد را بینهایت بگیریم داریم:

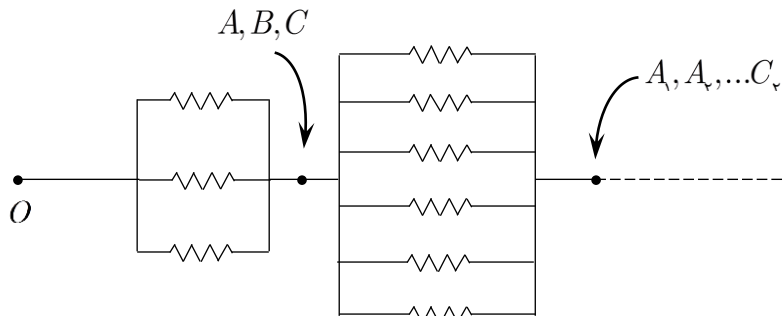
۶- در شکل (۸۱-۸) قسمتی از مدار نشان داده شده است. از نقطه O سه مقاومت مشابه به نقاط A ، B و C بسته شده است. به علت تقارن مدار، جریان در سه مقاومت R که میان نقطه O و سه نقطه مزبور بسته شده است، برابر است و بنابراین، پتانسیل نقاط یاد شده برابر است. در این صورت می توان بدون تغییر در مدار، این سه نقطه را به هم وصل کرد. به این ترتیب سه مقاومت مشابه میان نقطه O و سه نقطه دیگر که به هم وصل شده اند بسته شده است، یعنی سه مقاومت مشابه موازی شده اند. با همین استدلال می توان دریافت که پتانسیل نقاط $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3$ نیز برابر است و می توان بدون تغییر در مدار، آنها را به هم وصل کرد. در این صورت ۶ مقاومت مشابه موازی شده اند.

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots\right) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

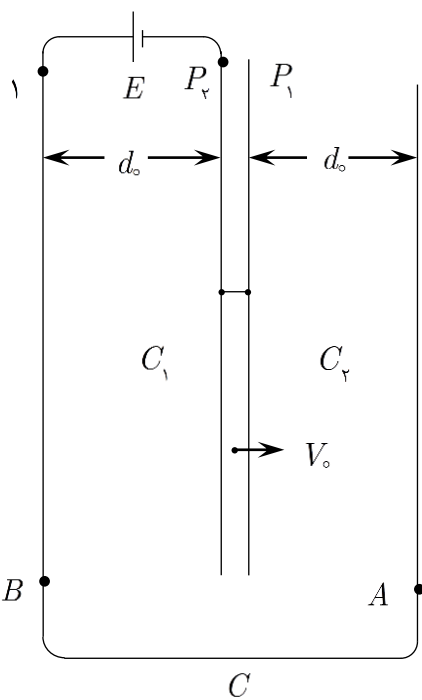
بنابراین مقاومت معادل چنین است.

$$R_t \approx \frac{2R}{3}$$

در رابطه بالا علامت \approx را به این دلیل به کار برده‌ایم که تعداد پله‌های شکل (۸-۸۲) بینهایت نیست و در نتیجه، مقدار مقاومت معادل دقیقاً برابر با $\frac{2R}{3}$ نخواهد بود.



شکل (۸۲-۸)

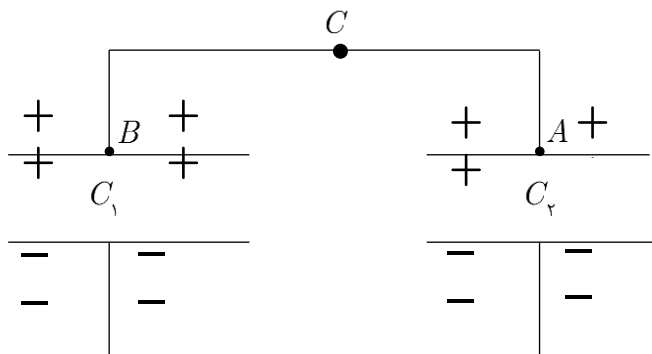


شکل (۸-۸)

به جای صفحه ۲ که میان دو صفحه ۱ و ۳ قرار گرفته است، مطابق شکل (۸۳-۸) دو صفحه مشابه آن با فاصله کوچک و متصل به هم در نظر می‌گیریم. این دو صفحه را p_1 و p_2 می‌نامیم. صفحه (۱) و p_2 یک خازن تشکیل می‌دهند که به دو صفحه آن یک باتری به نیروی محرکه E وصل شده است. این خازن را C_1 می‌نامیم. دو صفحه (۳) و p_1 نیز یک خازن تشکیل می‌دهند که آن را C_2 می‌نامیم و به دو صفحه آن نیز همان باتری وصل شده است. زیرا صفحه (۳) از طریق سیم ACB به قطب مثبت باتری وصل شده است و صفحه p_1 نیز که به صفحه p_2 متصل است، به قطب منفی باتری وصل شده است. چون دو صفحه مثبت و خازن (صفحات ۱ و ۳) به هم وصل شده است و دو صفحه منفی آنها نیز (صفحات p_1 و p_2) به یکدیگر متصل است، این دو خازن به طور موازی به یکدیگر وصل شده‌اند. بنابراین آنچه در شکل (۸۳-۸) آمده است را می‌توان با مدار شکل (۸۴-۸) نشان داد. در این شکل سیم ACB نیز نشان داده شده است. چون فاصله صفحات دو خازن C_1 و C_2 در ابتدا برابر با d_0 است، ظرفیت این خازن‌ها برابر خواهد بود و در نتیجه بار هر دو یکسان است. چون پس از پر شدن خازن‌ها، باتری را قطع می‌کنیم، در آغاز حرکت صفحه ۲، بار دو خازن برابر است، اگر مساحت هر صفحه را A بگیریم، بار هر خازن در آغاز حرکت صفحه ۲ چنین است:

$$Q = EC = E \frac{\epsilon_0 A}{d_0} \quad (۴۶-۸)$$

با حرکت صفحه ۲ فاصله صفحات خازن C_1 زیاد و فاصله صفحات خازن C_2 کمتر می‌شود. و در نتیجه ظرفیت دو خازن تغییر خواهد کرد و چون اختلاف پتانسیل دو خازن موازی همواره با یکدیگر برابر است، باید بار ذخیره شده روی دو خازن تغییر کند. علاوه بر آن چون بار الکتریکی روی خازن نمی‌تواند به جای دیگری برود، تنها راه جابه‌جا شدن بار الکتریکی میان دو خازن است. از شکل (۸۴-۸) پیداست که برای تغییر بار الکتریکی یکی از خازن‌ها، باید از سیم ACB بار الکتریکی بگذرد. فرض کنید فاصله صفحات خازن C_1 به اندازه Δd بیشتر



شکل (۸-۸۴)

شود، در این صورت فاصله صفحات خازن C_2 به همین اندازه کمتر خواهد شد. ظرفیت‌های جدید چنین است:

$$C_1' = \frac{\epsilon_0 A}{d_0 + \Delta d} \quad C_2' = \frac{\epsilon_0 A}{d_0 - \Delta d}$$

تساوی اختلاف پتانسیل دو خازن با یکدیگر، ایجاب می‌کند که بار الکتریکی خازنی که ظرفیتش کم شده است کاهش یابد. بنابراین بار خازن C_1 کم شده و به بار خازن C_2 اضافه می‌شود. اگر بار جابه‌جا شده را ΔQ بگیریم، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{Q - \Delta Q}{\epsilon_0 A / (d_0 + \Delta d)} &= \frac{Q + \Delta Q}{\epsilon_0 A / (d_0 - \Delta d)} \\ (Q - \Delta Q)(d_0 + \Delta d) &= (Q + \Delta Q)(d_0 - \Delta d) \\ 2Q\Delta d - 2d_0\Delta Q &= 0 \\ \Delta Q &= \frac{Q}{d_0} \Delta d = \frac{E\epsilon_0 A}{d_0^2} \Delta d \quad (8-47) \end{aligned}$$

در رابطه (۸-۴۷) از رابطه (۸-۴۶) استفاده شده است. اگر بار جابه‌جا شده در مدت زمان Δt انجام شده باشد، داریم:

$$\begin{aligned} \Delta d &= V_0 \Delta t \\ \Delta Q &= \frac{E\epsilon_0 A}{d_0^2} V_0 \Delta t \\ I &= \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{E\epsilon_0 A V_0}{d_0^2} \end{aligned}$$

۸- هنگامی که لبه باز لوله آزمایش با سطح مایع تماس پیدا می‌کند، هوای درون لوله که فشارش P_0 یعنی فشار جو است حجمی برابر با $V_1 = LA$ دارد. با فرو بردن لوله در مایع این هوا در لوله محبوس می‌شود و با توجه به شکل (۸-۸۵) نهایتاً حجم آن به مقدار $V_2 A$ می‌رسد. فشار هوای محبوس درون لوله را می‌توان با استفاده از قانون گاز کامل به دست آورد، داریم:

$$\begin{aligned} P_2 V_2 &= P_0 V_1 \\ P_2 &= \frac{P_0 LA}{A(L-x)} = \frac{L}{L-x} P_0 \end{aligned} \quad (8-48)$$

چون لوله آزمایش در حالت تعادل است، باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. نیروهای وارد بر لوله چنین است:

(الف) نیروی حاصل از فشار هوای بیرون به میزان $P_0 A$ که به طرف پایین است.

(ب) نیروی وزن لوله آزمایش به اندازه Mg که آن نیز به طرف پایین است.

(ج) نیروی حاصل از فشار هوای درون لوله به میزان $P_2 A$ که به طرف بالاست.

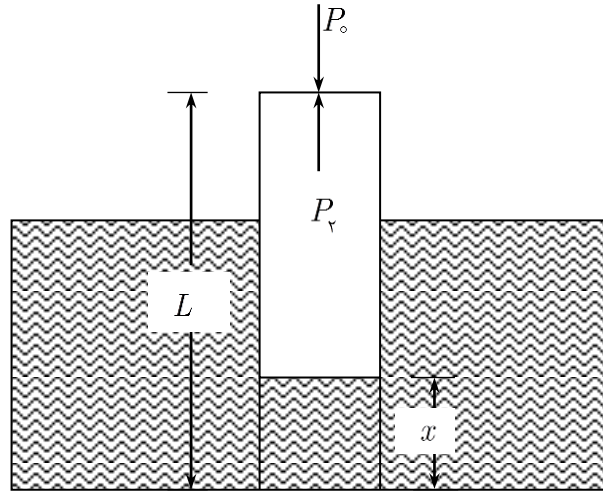
(د) نیروی ارشمیدس که به علت ناچیز بودن ضخامت دیواره لوله، قابل چشم‌پوشی است. بنابراین داریم:

$$P_0 A + Mg = P_2 A = \frac{L}{L-x} P_0 A$$

در رابطه بالا، از رابطه (۸-۴۸) استفاده شده است.

$$(L - x)(P_0 A + Mg) = LP_0 A$$

$$x = \frac{LMg}{P_0 A + Mg}$$



شکل (۸-۸۵)